ದೇವರ ಕೋನ

ಕನ್ನಡಾನುವಾದ: ವಿಶ್ವನಾಥ್,
ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್, ಮೈಸೂರು

ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಪಿಸಿರುವ ಕೋನಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ವಿರಳವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಲ್ಪಡುವ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವ ನೋಟಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಮೊದಲನೆಯದು ಅಳತೆಯಲ್ಲಿನ ಕಷ್ಟಗಳ ಎಡೆಗೆ ನೇರ ದೃಷ್ಟಿ ಬೀರಿದರೆ, ಎರಡನೆಯದು ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಓದುವ ಮೂಲಕ ಐತಿಹಾಸಿಕವಾಗಿ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಅಗತ್ಯಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಹಾಗೂ ನಿಜಜೀವನದಲ್ಲಿ ಅದರ ಅನ್ವಯಗಳನ್ನು ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಿ.

ಕೋನಗಳ ಔಪಚಾರಿಕ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಎದುರಿಸುವ ಕಷ್ಟಗಳಿಂದಾಗಿ ಚಿಕ್ಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಈ ಕೋನ ಹಾಗೂ ಸುತ್ತುವಿಕೆಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಭಾಸವಾಗಬಹುದು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಆರಂಭಿಕ ಬಾಲ್ಯ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಗುರಿಗಳಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲು ಸಮಂಜಸವಾದ ಕಾರಣಗಳಿವೆ. ಮೊದಲಿಗೆ, ಮಕ್ಕಳು ಕೋನ ಹಾಗೂ ಸುತ್ತುವಿಕೆಯ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಅನೌಪಚಾರಿಕವಾಗಿ ಮಾಡುಬಹುದಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಮಾಡುತ್ತಾರೆ ಕೂಡ. ಎರಡನೆಯದಾಗಿ, ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನಮಾಡಲು, ಸೂಚ್ಯವಾಗಿಯಾದರೂ, ಕೋನಗಾತ್ರದ ಬಳಕೆ ಅನಿವಾರ್ಯ; ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಚೌಕವಲ್ಲದ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ಚೌಕದಿಂದ ಭಿನ್ನ ಎಂದು ಅರಿಯುವಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಕೋನಗಾತ್ರದ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ತಮ್ಮ ಒಳಗಣ್ಣಿನಿಂದ ಗುರುತಿಸಿರುತ್ತಾರೆ. ಮೂರನೆಯದಾಗಿ, ಕೋನದ ಅಳತೆಯು ಶಾಲಾ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಒಂದು ನಿರ್ಣಾಯಕ ಪಾತ್ರ ವಹಿಸುವುದರಿಂದ, ಮೊಳಕೆಯಲ್ಲೇ ಬೇರನ್ನು ಭದ್ರಪಡಿಸುವುದು ಒಂದು ಆರೋಗ್ಯಕರ ಪಠ್ಯಸಂಬಂಧಿ ಗುರಿಯಾಗಿದೆ. ನಾಲ್ಕನೆಯದಾಗಿ, ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಶೇಕಡಾವಾರು ಸಣ್ಣ ಪ್ರಮಾಣದಷ್ಟು ಮಕ್ಕಳು ಮಾತ್ರ ಕೋನಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಕಲಿಯುತ್ತಾರಾದರೂ, ಪುಟ್ಟ ಮಕ್ಕಳೂ ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ವಿಗಳಾಗಬಹುದು ಎಂದು ಸಂಶೋಧನೆ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಮುಂದುವರಿದು, [1]ರ ಮೇಲೆ ಕಣ್ಣಾಡಿಸಿದರೆ, ಕೋನದಳತೆಯ ಕಲಿಕಾ ಪಥವನ್ನು ನೋಡಬಹುದು: ಸಹಜಬೋಧೆಯ ಕೋನ ರಚನೆಕಾರ (2–3 ವರ್ಷಗಳು), ಸೂಚ್ಯ ಕೋನ ಬಳಕೆದಾರ (4–5 ವರ್ಷಗಳು), ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸುವವ (6 ವರ್ಷಗಳು), ಕೋನಗಾತ್ರದ ಹೋಲಿಕೆಗಾರ (7 ವರ್ಷಗಳು), ಹಾಗೂ ಕೋನದ ಅಳತೆಗಾರ (8+ ವರ್ಷಗಳು). ಈ ಲೇಖನದ ಗಮನವು ಕೋನದ ಅಳತೆಯ ಕಡೆಗೆ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತವಾಗಿದೆ. ಮೇಲಿನ ಪಥದ ಪ್ರಕಾರ ಅಳತೆಯನ್ನು ಮೂರನೆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸಬೇಕಿದ್ದರೂ, ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಇನ್ನೂ ಎರಡು ಅಥವಾ ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕವೂ ಕಷ್ಟ ನೀಡುವುದು ತಪ್ಪುವುದಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಾಯಕ್ಕೆ ಬಂದ ಬಹುತೇಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕೋನಗಳು ಯಾವುದೇ ಕಷ್ಟ ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ. ಕೋನಕ್ಕೆ ಒಂದು ಮೂಲೆ ಹಾಗೂ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ "ಡಿಗ್ರಿ"ಯಷ್ಟು ಅಗಲಿಸಿರುವ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳಿದ್ದು, ಈ ಡಿಗ್ರಿಯನ್ನು ಕೋನದ "ಅಳತೆ" ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಬಳಸಲು ಅನುಕೂಲಕರವಾದ ಕೋನಮಾಪಕವೆಂಬ ಉಪಕರಣವನ್ನು ಬಳಸಿ ಈ ಡಿಗ್ರಿಯನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಕೋನದ ಅಳತೆಯ ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅನೇಕ ಪುಸ್ತಕಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದಾಗಿದೆ. ಇದೊಂದು ಸರಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯಂತೆ ಕಂಡು, ಇದನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಕಷ್ಟವಾದರೂ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಅಭ್ಯಾಸಪುಸ್ತಕಗಳು ಒಂದೋ, ಎರಡೋ ಪುಟಗಳನ್ನು ಕೋನಗಳ ಪರಿಚಯಕ್ಕಾಗಿ ಮೀಸಲಿಟ್ಟು, ಕೋನಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ, ಅಳೆಯುವ ಹಾಗೂ ಕೋನಗಳ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಾರುವಲ್ಲಿ ಆತುರ ತೋರುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು

ತಲೆಕೆಳಗಾದ ಶಂಕುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು ಎಂದು ಕೇಳಿದರೆ, ಅವರಲ್ಲಿ ಬಹುಪಾಲು ಮಂದಿ ತಮ್ಮ ಕೋನಮಾಪಕಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಹೊಂದಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ತಿಣುಕುತ್ತಾರೆ. ಅಥವಾ ಅವರಿಗೆ ಅಸಮ ಉದ್ದದ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿ, ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು ಎಂದರೆ, ಬಹಳಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಉದ್ದದ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಕೋನದೆಡೆಗೆ ಬೊಟ್ಟುಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಅಥವಾ ಚಿತ್ರ 1ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರೆ ಕೋನಮಾಪಕವು ಆಧಾರರೇಖೆಯನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿರಬೇಕು ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಯೋಚಿಸುವುದು ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ಈ ರೀತಿಯ ತಪ್ಪುಕಲ್ಪನೆಗಳು ಮೂಡಲು ಕಾರಣವೇನು? ಏಕೆಂದರೆ, ಮೊದಲಿನಿಂದಲೂ ನಾವು ಮಕ್ಕಳ ಮನಸ್ಸನ್ನು ಶೃಂಗ, ರೇಖಾಖಂಡ, ಕಿರಣ ಇತ್ಯಾದಿ ಪದಗಳಿಂದ ತುಂಬಿ, ಅಳತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಕಡೆಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ. ಕೋನಮಾಪಕವೊಂದನ್ನು ಕೈಗೆತ್ತಿಕೊಂಡು ಅದನ್ನೊಮ್ಮೆ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಅದರಲ್ಲಿರುವ ರಾಶಿ-ರಾಶಿ ರೇಖೆಗಳು, (ಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಹಾಗೂ ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣೆ ಕ್ರಮದ) ಗುರುತುಗಳು ಹಾಗೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅದನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬಳಸಲು ಅನುವು ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಯಾರಾದರೂ ಹೇಳಬಹುದೆ? ನಿಜ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರೆ, ಮಕ್ಕಳು ಅದನ್ನು ಬಳಸಲು ಕಲಿಯುವುದು ಒಂದು ಪವಾಡವೇ ಸೈ.

ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಪುಟ್ಟ ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವ ಒಂದಷ್ಟು ಕ್ರಮಬದ್ಧ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸುತ್ತೇವೆ. ಮಕ್ಕಳ ಸ್ಪರ್ಶಗ್ರಾಹ್ಯ ಜಗತ್ತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಯಾವುದೇ ವಿಚಾರವು ಅದಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರದ ವಿಚಾರಕ್ಕಿಂತ ಉತ್ತಮತರ ಕಲಿಕಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಆಶಯವು ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ನಮಗೆ ದಾರಿದೀಪವಾಗಿದೆ.

ಕೋನಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಟ

ಕೋನಗಳನ್ನು ಎರಡು ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ: ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೊರಡುವ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳು ಮಾಡುವ "ಆಕೃತಿ" ಅಥವಾ "ಸುತ್ತು" ಅಥವಾ "ಪರಿಭ್ರಮಣೆ". ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಈ ಎರಡೂ ವಿಭಿನ್ನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳು ಎಂದು ಯೋಚಿಸುವುದುಂಟು. ಕೋನಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ನಡೆಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪದದ ನೈಜ ಅರ್ಥವನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಈ ಎರಡೂ ವಿಚಾರಗಳು ಅಡಕವಾಗಿರಬೇಕು.

ಕಾಗದದ ವೃತ್ತವೊಂದನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿ (ಆದ್ದರಿಂದ ದುಂಡಾದ ಅಂಚುಗಳಿರುವಂತೆ) ಮಡಿಸಿ ಶಿಕ್ಷಕರು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಬಹುದು. ವಿವಿಧ ಕೋನಗಳೊಂದಿಗೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಸರಿಯಾದ ಕ್ರಮವನ್ನು ಗ್ರಹಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 2). ಈ ಸಾಧನವು ಆರಂಭಾವಸ್ಥೆಯ ಕೋನಮಾಪಕವಾಗಿ ಒದಗಿಬರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸಣ್ಣ ಅಥವಾ ದೊಡ್ಡ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಡಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ, ಬಿಚ್ಚಬಹುದಾಗಿದೆ. ಇಷ್ಟಾದ ಬಳಿಕ ಲಘು ಹಾಗೂ ವಿಶಾಲ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಷಯವಷ್ಟೇ ಆಗಿದೆ.

<u>ಚಿತ್ರ 1 20 ಡಿಗ್ರಿ ಕೋನವೋ, 40 ಡಿಗ್ರಿ ಕೋನವೋ? ಕೆಲವರು ಇದು 40 ಡಿಗ್ರಿ ಇದೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ</u>
<u>ಚಿತ್ರ 2 / ಚಿತ್ರ 3</u>

ತನ್ನ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಬದಲಾದಂತೆ ಕೋನವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಈ ಮಡಿಕೆ ಆಕೃತಿಯ ಬಳಕೆಯೊಂದು ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಸಂಗತಿ. ಈ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯೊಂದಿಗೆ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ತಿಣುಕಾಡುವುದನ್ನು ನಾವು ಕಾಣುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಒತ್ತಿ ಹಿಡಿದು (ಚಿತ್ರ 3ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ) ಕಾಗದವನ್ನು ಹರಿಯಿರಿ - ಇತಿ ಸಿದ್ಧಮ್!

ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಎರಡು ಹೀರುಕಡ್ಡಿಗಳು (straw) ಹಾಗೂ ದಾರವನ್ನು ಬಳಸುವುದು ಮತ್ತೊಂದು ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 4). ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದದವನ್ನು ಬದಲಿಸಿದರೆ ಕೋನವು ಬದಲಾಗದೇ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ಹೀರುಕಡ್ಡಿಗಳು ಎರಡೂ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಚಲಿಸಿದರಾಯಿತು. ಜೊತೆಗೆ, ಶೃಂಗವು ಕಾಣಿಸದೇ ಇದ್ದಾಗ ಕೋನವನ್ನು

“ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ” ವಿಚಾರವನ್ನೂ ಇದು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯಲ್ಲಿ “ಎತ್ತರಗಳು ಹಾಗೂ ದೂರಗಳು” ಎಂಬ ವಿಷಯವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವ 9 ಮತ್ತು 10ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅನುಭವಿಸುವ ಕಷ್ಟ ಇದಾಗಿದೆ.

<u>ಚಿತ್ರ 3 / ಒತ್ತಿ ಹಿಡಿಯಿರಿ / ಹರಿಯಿರಿ / ಚಿತ್ರ 4</u>

ನಿಮ್ಮ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾಗಿ, ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಕಲಿಯಲು ಬಯಸುವ ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆಯೆ? ಹಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಕೋನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು “ಕೋನ ಯೋಗ” ಆಟದ ಸಹಾಯ ಪಡೆದು ಪರಿಚಯಿಸಿ. ಒಂದು ತೋಳನ್ನು ಚಾಚಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿಟ್ಟು ಸೊನ್ನೆ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, “ಲಂಬ”, “ಲಘು” ಹಾಗೂ “ವಿಶಾಲ” ಎಂದು ಕೂಗುತ್ತಾ ಹೋದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ತೋಳನ್ನು ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಆಡಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಮಾಡುವ ಮಕ್ಕಳು ಅನೇಕ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುತ್ತಾರೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ತೋಳುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಿರದ ಮಕ್ಕಳು ಒಂದೇ ಕೋನವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಿರಬಹುದು; ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯ ಒಳಗೆ ಒಂದು ಕೋನವು ಲಘು ಅಥವಾ ವಿಶಾಲವಾಗಿರಬಹುದು, ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವ ತೋಳು ಕ್ಷಿತಿಜಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿಯಾಗಿ, ಲಂಬವಾಗಿಯಾಗಿ ಇರಬೇಕಿಲ್ಲ, ಕೋನಗಳು ಬೇರೆ-ಬೇರೆ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ವಾಲಿಕೊಂಡಿರಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿನ ಅತಿ ಮುಖ್ಯ ಸಂಗತಿಯೆಂದರೆ ತೋಳುಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮಾಡುವ ಕೋನದ ಅಂದಾಜನ್ನು ಮಾಡುವ ಕಲೆಯನ್ನು ಅವರು ಕಲಿಯುತ್ತಾರೆ.

ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಬಳಸಬಹುದಾದ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ವಿಧಾನವೆಂದರೆ ತರಗತಿಯ ಬಾಗಿಲನ್ನು ಬಳಸುವುದು (ಚಿತ್ರ 5). ಶಿಕ್ಷಕರು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ತೊಂಬತ್ತು ಡಿಗ್ರಿಯವರೆಗೆ 15 ಅಥವಾ 30 ಡಿಗ್ರಿಗಳ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ತರಗತಿಯ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತುಮಾಡಬೇಕು. ಮಕ್ಕಳು ಇದರೊಡನೆ ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವ್ಯವಹರಿಸಿ ಕಲಿಯುವುದರಿಂದ ಇದೊಂದು ಸ್ವ-ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಧನವಾಗುತ್ತದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಡಿಗ್ರಿ ಚಿಹ್ನೆಯ ಎಂದರೆ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನಾಗಲೀ, ಏಕೆ ಕೆಲವು ಗುರುತುಗಳು ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನಾಗಲೀ ತತ್ಕ್ಷಣವೇ ಗ್ರಹಿಸದೇ ಹೋಗಬಹುದು. ಕೆಲವರು ಬಾಗಿಲನ್ನು ಇನ್ನೂ ಜಾಸ್ತಿ ತೆರೆದರೆ ಏನಾಗಬಹುದು ಎಂದು ಯೋಚಿಸಬಹುದು: ಆಗ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯುವುದಾದರೂ ಎಂತು?

<u>ಚಿತ್ರ 5</u>

(ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ 180 ಡಿಗ್ರಿಗಳಷ್ಟು ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವಿನಿಂದ ತಿರುಗುವ ಒಂದು ಸಪೂರ ಲೋಹದ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದೇಕೆ ಕೋನಮಾಪಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಗೆ ನನ್ನನ್ನು ಹಚ್ಚುತ್ತದೆ).

ಈಗ *ಕಿರಣ*, *ಶೃಂಗ*, *ರೇಖಾಖಂಡ* ಎಂಬ ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಪದಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಬಹುದು. ಏಕೆಂದರೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಮಾನವೊಂದರ ಪುನರಾವೃತ್ತಿಯ ಮೂಲಕ ಉದ್ದದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಕಲಿತಿರುತ್ತಾರೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಯ ಮಾನವಾಗಿ ಡಿಗ್ರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ಅವರು ಅಂಗೀಕರಿಸುವ ಮನಃಸ್ಥಿತಿಯಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತಾರೆ. ಪರಿಭ್ರಮಣೆಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು “ಜಿಯೋಜೀಬ್ರಾ” ಒಂದು ಅತ್ಯುತ್ಕೃಷ್ಟ ಸಾಧನವಾಗಿದೆ.

ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೋನಮಾಪಕ ಬಳಸಿ ಅಳೆಯಲು ಕಲಿತಿರುವುದರಿಂದ ಅವರು ಕೋನದಳತೆಯ ಇತರ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು, ಈ ವಿಧಾನಗಳ ಅನುಕೂಲ ಹಾಗೂ ಅನಾನುಕೂಲಗಳನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಾಚೀನ ಜ್ಯಾಮಿತಿಜ್ಞರು ಕೋನಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ನಿಗದಿತ ದೂರದಲ್ಲಿ ರೇಖಾಖಂಡವೊಂದನ್ನು ಎಳೆದು ಅಳತೆ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರೇನೊ? ಇದು ನಮ್ಮನ್ನು ಎಲ್ಲಿಗೆ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುತ್ತದೆ ನೋಡೋಣ.

ಕೋನ AOB ಯನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಅದರ ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ಒಂದರಂತೆ, ಶೃಂಗದಿಂದ ಒಂದು ಮಾನದ ಅಳತೆಯ ದೂರದಲ್ಲಿ, C ಮತ್ತು D ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತುಮಾಡಿಕೊಂಡು, CD ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ರಚಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. ಈಗ CD ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕೋನ AOBಯ ಅಳತೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು **ಚಾಪಕರ್ಣದ/ಜ್ಯಾ ವಿಧಾನ** ಎಂದು ಕರೆಯೋಣ.

ಚಿತ್ರ 6. ಇಲ್ಲಿ OC = OD = OD′. ಕೋನ CD > CD′ ಆದರೆ, AOB > ಕೋನ AOB′ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದರ ವಿಲೋಮ ಹೇಳಿಕೆಯೂ ಸತ್ಯ

ಈ ವಿಧಾನವು "ಕ್ರಮ ಸಂಬಂಧ"ವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ನೋಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಬೇರೆ ರೀತಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಕೋನ AOB < ಕೋನ AOB′ ಆದರೆ, CD < CD′ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದರ ವಿಲೋಮ ಹೇಳಿಕೆಯೂ ಸತ್ಯ. ಇದು ಏಕೆ ಎಂದು ನೋಡಲು "SAS ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಅಸಮರೂಪ"ವನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು (ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಷ್ಟೇ ಇದರ ರೂಪವನ್ನು ನಾವಿಲ್ಲಿ ಬಳಸಬೇಕಿರುವುದು): *ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ PQR ಗಳು ಎರಡು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿದ್ದು, AB = AC = PQ = PR ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ, A < P ಆದರೆ, BC < QR ಆಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ BC < QR ಆದರೆ A < P ಆಗುತ್ತದೆ.* ಇದನ್ನು ಶಾಲಾ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯಿಂದ ಸಾಧಿಸಬಹುದಾಗಿದ್ದು, ಇದರ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಓದುಗರಿಗೇ ಬಿಡುತ್ತೇವೆ. (ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಕೆಲವರು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಮೆಚ್ಚಬಹುದು. ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ b = c ಆದರೆ, a =2b sin A/2 ಆಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ b ಬೆಲೆ ಬದಲಾಗದಿರುವುದರಿಂದ ಹಾಗೂ x ಬೆಲೆ 0 ಡಿಗ್ರಿಯಿಂದ 90 ಡಿಗ್ರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ Sin x ನ ಬೆಲೆಯೂ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಹೋಗುವುದರಿಂದ, ಕೋನ A ಯ ಅಳತೆ 0 ಡಿಗ್ರಿಯಿಂದ 180 ಡಿಗ್ರಿಯವರೆಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ a ಬೆಲೆಯೂ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಇದರ ವಿಲೋಮ ಹೇಳಿಕೆಯೂ ಸತ್ಯ. Cosine ನಿಯಮ ನೀಡುವ $a^2 = 2b^2(1 - \text{Cos } A)$ ಎಂಬುದನ್ನು ಬಳಸಿಯೂ ನಾವು ಇದೇ ತೀರ್ಮಾನವನ್ನು ತಲುಪಬಹುದು. ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ಕೋನವು 0 ಡಿಗ್ರಿಯಿಂದ 180 ಡಿಗ್ರಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಿದ್ದಂತೆ Cos x ಬೆಲೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಬಳಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ).

ಆದ್ದರಿಂದ, ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಚಾಪಕರ್ಣ/ಜ್ಯಾ ವಿಧಾನವು "ಕ್ರಮ ಸಂಬಂಧ"ವನ್ನು ಪಾಲಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅಷ್ಟೇ ಮುಖ್ಯವಾದ "ಸಂಕಲನೀಯತೆ" ಎಂಬ ಎರಡನೇ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಅದು ಸೋಲುತ್ತದೆ. ಇದೇನೆಂದು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು AOB ಮತ್ತು BOC ಎಂಬ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇವೆರಡಕ್ಕೂ OB ಸಮಾನ ಬಾಹುವಾಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 7). ಕೋನ AOC ಯು ಕೋನ AOB ಮತ್ತು ಕೋನ BOC ಗಳ ಸಂಯೋಗದಿಂದ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ (ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಆಕ್ರಮಿಸಿರದೇ ಇರುವುದರಿಂದ) ಕೋನ AOC ಯ ಅಳತೆ ಕೋನ AOB ಮತ್ತು ಕೋನ BOC ಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರಬೇಕು ಎಂಬುದು ತರ್ಕಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಈ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಚಾಪಕರ್ಣ/ಜ್ಯಾ ಅಳತೆಯು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆಯೇ?

ಚಿತ್ರ 7

D, E, F ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ OA, OB, OC ಕಿರಣಗಳಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ. ಜೊತೆಗೆ, ಉದ್ದಗಳು OD = OE = OF =1 ಮಾನವಾಗಿರಲಿ. ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಕೋನ AOB, ಕೋನ BOC, ಮತ್ತು ಕೋನ AOC ಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ DE, EF ಮತ್ತು DF ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾದರೆ DE + EF = DF ಎಂಬುದು ದಿಟವೆ? ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಇಲ್ಲ!

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ ಯಾವಾಗಲೂ ದೊಡ್ಡದಿರುವುದರಿಂದ DE + EF > DF ಆಗಿದೆ (ಇದನ್ನಿಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ DEF ಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಲಾಗಿದೆ). ಕೋನ AOB ಮತ್ತು ಕೋನ BOC ಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕೋನ AOC ಯ ಅಳತೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಿರುತ್ತದೆ. ಈ ವಾದಸರಣಿಯ ಮೂಲಕ ಚಾಪಕರ್ಣ/ಜ್ಯಾ ಅಳತೆಯು ಸಂಕಲನೀಯತೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಸೋಲುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು.

(ಟಿಪ್ಪಣಿ: ಮೇಲಿನ ವಾದದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರ 7ರ ಬಿಂದುಗಳಾದ D, E, F ಗಳು ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಊಹೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಅವು ಸರಳರೇಖೆಯೊಂದರ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲ ಎಂದು ನಾವು ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೂ ಹೇಗೆ? ಇದಕ್ಕೆ ನಾವು ಸಮರ್ಥನೆ ನೀಡದಿದ್ದರೆ ನಾವು ಮೇಲೆ ನೀಡಿರುವ ವಾದಸರಣಿ ಅಪೂರ್ಣವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ ತೋರಿಸುವುದನ್ನು ಓದುಗರಿಗೇ ಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇವೆ).

ಪ್ರಾಚೀನರು ಚಾಪಕರ್ಣ/ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕೋನದ ಅಳತೆಗೆಗಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದ್ದರೋ, ಇಲ್ಲವೋ ತಿಳಿಯದು. ಅವರು ಕೊನೆಗೆ ಅಂಗೀಕರಿಸಿದ ವಿಧಾನವೇ ನಾವಿಂದು ಬಳಸುವ ವಿಧಾನವಾಗಿದೆ. ಇದು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳೆರಡನ್ನೂ ಹೊಂದಿದೆ: ಕ್ರಮ ಸಂಬಂಧ ಪಾಲನೆ ಹಾಗೂ ಸಂಕಲನೀಯತೆಯ ನಿಯಮ. ಇದು ಚಾಪ/ಕಂಸದ ಉದ್ದವನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ನೀಡುವ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ನೀಡಲಾದ ಕೋನ AOB ಯ ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲೆ 1 ಮಾನದಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ C ಮತ್ತು D ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತುಮಾಡಿ, O ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು C ಮತ್ತು D ಮೂಲಕ ಹಾಯ್ದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವೊಂದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಚಾಪ/ಕಂಸ CD ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕೋನ AOB ಯ ಅಳತೆಯನ್ನಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ (ಚಿತ್ರ 8).

ಸಂಕಲನೀಯತೆಯ ಆಗ್ರಹವನ್ನು ಈ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು ಹೇಗೆ ನಿಭಾಯಿಸಬಲ್ಲದೆಂದು ನೋಡೋಣ. ಚಿತ್ರ 9ರಲ್ಲಿ ಕೋನ AOB ಮತ್ತು ಕೋನ BOC ಗಳ ಸಮಾನ ಬಾಹು OB ಆಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ 7ರಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಈ ಎರಡೂ ಕೋನಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಆಕ್ರಮಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ಚಾಪ/ಕಂಸಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ DE ಮತ್ತು EF ಚಾಪ/ಕಂಸಗಳ ಉದ್ದಗಳಾಗಿವೆ. ಇವೆರಡೂ ಚಾಪ/ಕಂಸಗಳು O ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗುಳ್ಳ (ತ್ರಿಜ್ಯ = 1 ಮಾನ) ವೃತ್ತದ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ಕೋನ AOC ಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಚಾಪ/ಕಂಸ DF ನ ಉದ್ದ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ಚಾಪ/ಕಂಸ DF ನ ಉದ್ದವು ಚಾಪ/ಕಂಸ DE ಮತ್ತು ಚಾಪ/ಕಂಸ EF ಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತವೆ? ನಿಸ್ಸಂದೇಹವಾಗಿ ಹೌದು! DF ಚಾಪ/ಕಂಸವು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಕೂರದ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಚಾಪ/ಕಂಸಗಳ ಸಂಯೋಗವಾಗಿದೆ.

ಕೋನವೊಂದರ ಚಾಪ/ಕಂಸದ ಅಳತೆ ಚಾಪಕರ್ಣ/ಜ್ಯಾದ ಅಳತೆಯಷ್ಟು ಸಹಜವಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಬಹುದು, ಆದರೆ, ಇನ್ನೂ ಆಳವಾದ ಅಧ್ಯಯನ ಅದರ ನಾಜೂಕನ್ನು, ಅದರ ಅನುಕೂಲಗಳನ್ನು ನಾವು ಮೆಚ್ಚಿ ತಲೆದೂಗುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ರಚಿಸುವುದು, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿನ ನ್ಯೂನತೆಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಕೊರತೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಈ ಎಲ್ಲವೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಕಲಿಕಾರ್ಥಿಗಳಿಬ್ಬರೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ತಿಳಿವಳಿಕಾಗಿ ಒಟ್ಟಿಗೆ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಬೋಧನೆ-ಕಲಿಕೆಯ ಅವಕಾಶಗಳು. ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ನಾವು ನಡೆಸುವ ಪ್ರಯತ್ನಗಳಲ್ಲಿನ ಅಭಾವಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಚಾಲ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳ ಒಪ್ಪ-ಓರಣಗಳನ್ನು ನಾವು ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ 8 / ಚಿತ್ರ 9 / 1 ಮಾನ / ಈ ಚಾಪ/ಕಂಸದ ಉದ್ದವು ಕೋನ AOB ಯ ಅಳತೆಯಾಗಿದೆ

ಕೃತಜ್ಞತೆ

ಈ ಲೇಖನವು ವಿವಿಧ ವೇದಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆದ ಹಲವು ತನ್ಮಯಾತ್ಮಕ ಸಂವಾದಗಳ ಫಲವಾಗಿದೆ. ಗಣಿತ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾದ ಅನುಪಮಾ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜಿ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ವಿಚಾರವಾಗಿ ಲೇಖನವೊಂದನ್ನು ಮಂಡಿಸಿದರು. ತದನಂತರ "ಮ್ಯಾಥ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಗ್ರೂಪ್"ನಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ವಿಷಯವಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದಾದ ತಪ್ಪುಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಶಿಕ್ಷಕರು ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಲವಲವಿಕೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದ ಆನ್ ಲೈನ್ ಚರ್ಚೆಯೊಂದು ನಡೆಯಿತು. ಈ ಚರ್ಚೆಗೆ ಕೊಡುಗೆಯಿತ್ತ ಡಾ. ರವಿ ಸುಬ್ರಹ್ಮಣ್ಯಂ (HBCSE), ಡಾ. ಶೈಲೇಶ್ ಶಿರಾಲಿ (CoMaC), ಡಾ. ಹೃದಯಕಾಂತ್ ದಿವಾನ್ (VBS), ರಾಮಚಂದರ್ ಕೃಷ್ಣಮೂರ್ತಿ (APF), ರಾಜವೀರ್ ಸಂಘಾ ಹಾಗೂ ಜ್ಯೋತಿ ತ್ಯಾಗರಾಜನ್ ಅವರಿಗೆ ಮ್ಯಾಥ್ ಲರ್ನಿಂಗ್ ಗ್ರೂಪ್ ಕೃತಜ್ಞತಾಪೂರ್ವಕ ವಂದನೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸುತ್ತದೆ.

ಉಲ್ಲೇಖಗಳು

[1] *From Learning and Teaching Early Math —The Learning Trajectories Approach Studies in Mathematical Thinking, by Clements and Sarama*

=================

ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧ - 3

"ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್" (ಸಂಚಿಕೆ 1-1, ಸಂಚಿಕೆ 1-2) ನಿಯತಕಾಲಿಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾದ ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧವನ್ನು ನೋಡಿದ ಚಿತ್ತೂರಿನ ಡಿ.ಆರ್.ಐ.ಕೆ. (ದ್ವಾರಕಾನಾಥ್ ರೆಡ್ಡಿ ಇನ್ಸ್ಟಿಟ್ಯೂಟ್ಸ್ ಫಾರ್ ನಾಲೆಜ್) ಪಾಠಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅದನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ಭಾರಿ ಉತ್ಸಾಹವನ್ನೇ ತೋರಿದರು. ಆದರೆ ಅವರಿಗೆ ಅನಿರೀಕ್ಷಿತ ಕಷ್ಟಗಳು ಎದುರಾದವು. ಅವರ ಕಷ್ಟಗಳು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರದೆ, ಬಳಸಲಾದ ಭಾಷೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದವು. ಅವರೆಲ್ಲಾ ಆಂಗ್ಲ ಮಾಧ್ಯಮ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಓದುತ್ತಿದ್ದರೂ, ಸುಳಿವುಗಳ ಭಾಷೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅವರಿಗೊಂದು ಸವಾಲೆನಿಸಿತು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಕೊಂಚ ನೆರವು ದೊರೆತು ಅವರು ಪದಬಂಧವನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧದ ಗೀಳನ್ನು ಬಹಳಷ್ಟು ಉತ್ಸಾಹಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹತ್ತಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದರು ಎಂಬುದು ನಿರ್ವಿವಾದ ಸಂಗತಿಯಾಗಿತ್ತು. ಭಾಷೆ ಹಾಗು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೌಶಲಗಳ ವಿಕಾಸಕ್ಕೆ ಇದೊಂದು ಆಕರ್ಷಕ ವಿಧಾನವೆಂದು ಅಲ್ಲಿನ ಶಿಕ್ಷಕರೂ ಕಂಡುಕೊಂಡರು.

ಈ ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧವನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕಿದ ಶ್ರೀ ಡಿ.ಡಿ. ಕರೋಪಡಿ ಅವರೊಂದಿಗೆ ಈ ಘಟನೆಯನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಂಡಾಗ ಅವರು ಈ ಮಕ್ಕಳೇ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧವನ್ನು ಹುಟ್ಟುಹಾಕುವಂತೆ ಮಾಡುವ ಕುತೂಹಲಕಾರಿ ಯೋಜನೆಯೊಂದನ್ನು ಮುಂದಿಟ್ಟರು. ಇದರ ಫಲವೇ ನಿಮಗೀಗ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ನೀಡುತ್ತಿರುವ ಈ ಸಂಖ್ಯಾಬಂಧ!

ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ:

ರೋಮನ್ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ L ನ ಬೆಲೆ

1221 ಮತ್ತು ಇದರ ಗುಣಲಬ್ಧ 111111 ಆಗಿದೆ

7D ಮತ್ತು 5 ರ ಮೊತ್ತ

15D + 7D + 12D -25

ಸರಳರೇಖಾ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಉಲ್ಟಾ ಮಾಡಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು

12 ಮತ್ತು 30ರ ಲ.ಸಾ.ಅ.

12D ಇಂದ 30ನ್ನು ಕಳೆ

3Dಯ ಮೂರುಪಟ್ಟು

5D ಗೆ 5^2 ನ್ನು ಕೂಡಿ 5ನ್ನು ಕಳೆ

ಮೇಲಿಂದ ಕೆಳಕ್ಕೆ:

4A ಇಂದ 10ನ್ನು ಕಳೆ

2197ರ ಘನಮೂಲಕ್ಕೆ 6ನ್ನು ಕೂಡು

1 ಮತ್ತು 6 ನ್ನು ಬಳಸಿ ರಚಿಸಿದ ಅವಿಭಾಜಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ಒಂದು “ಗ್ರಾಸ್” ಅಳತೆಯ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳು

13A ಮತ್ತು 2ರ ಮೊತ್ತ

4ರ ವರ್ಗ

ರಾಮಾನುಜಂ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ

4ರ ಘನದಿಂದ 4096ರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ಕಳೆ

2,5,0,3,4,1 ಗಳ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಹಾಗೂ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ

ಐದನೇ ಅವಿಭಾಜಕ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆಂಧ್ರಪ್ರದೇಶ ರಾಜ್ಯದ ಚಿತ್ತೂರಿನ ಡಿ.ಆರ್.ಐ.ಕೆ. (ದ್ವಾರಕಾನಾಥ್ ರೆಡ್ಡಿ ಇನ್ಸ್ಟಿಟ್ಯೂಟ್ಸ್ ಫಾರ್ ನಾಲೆಜ್) ಪಾಠಶಾಲೆಯನ್ನು 2006ರಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾಪಿಸಲಾಯಿತು. ನಗರಗಳ ಕೊಳೆಗೇರಿಗಳ ಹಾಗೂ ಹಳ್ಳಿಗಳ ಮಕ್ಕಳ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಹಕ್ಕುಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶ ದೊರೆಯುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಕಾಣ್ಕೆ ಈ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಸ್ಥಾಪನೆಗೆ ನಾಂದಿಯಾಯಿತು. ಅತ್ಯಂತ ಅವಜ್ಞೆಗೆ ಒಳಗಾದ ಪರಿಸರದಿಂದ ಆಯ್ದ 84 ಮಕ್ಕಳು ಈ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಮಕ್ಕಳ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಶಾಲಾಕಲಿಕೆಯ ಮಿತಿಯ ಆಚೆಗೆ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವ ಅನುಭವಾತ್ಮಕ ಕಲಿಕೆ, ಹೊಸ ಅನುಭವಗಳಿಗೆ ಒಡ್ಡುವ ಪ್ರವಾಸಗಳು, ಯಥೇಚ್ಛ ಸಂಗೀತ, ನೃತ್ಯ, ಕಲೆ ಹಾಗೂ ಕ್ರೀಡೆಗಳು ಈ ಶಾಲೆಯ ವಿಕಾಸಾತ್ಮಕವೂ, ಸಶಕ್ತಗೊಳಿಸುವಂತಹದೂ ಆದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಅಂಶಗಳಾಗಿವೆ